

文章编号: 1000-7598-(2006) 04-0537-06

基于遍布节理模型的边坡稳定性强度折减法分析

吴顺川, 金爱兵, 高永涛

(北京科技大学 土木与环境工程学院, 北京 100083)

摘 要: 采用非线性数值分析方法分析边坡稳定性问题时, 强度折减法因其具有较多的优点而得到广泛应用。岩土体一般采用理想弹塑性模型, 屈服准则为广义米赛斯准则。对于密集节理岩质边坡稳定性问题, 采用遍布节理模型可同时考虑岩块和节理属性, 更符合岩体状态及工程实际, 认为岩体经强度折减后潜在破坏可能首先出现在岩体中或沿节理面或二者同时破坏。结合工程实例, 基于遍布节理模型的强度折减法计算结果表明, 潜在滑移面为折线型滑面, 下部潜在滑移面倾角与节理面等效内摩擦角基本一致, 上部潜在滑移面与岩体拉破坏相关; 节理倾角与边坡安全系数、潜在滑动范围密切相关, 陡倾角节理对边坡稳定性影响较小。通过对边坡失稳判据和边坡滑移面确定的探讨, 认为以力或位移不收敛作为边坡失稳判据是适当的, 而边坡的剪应变速率物理意义十分明确, 适于作为边坡潜在滑移面的确定依据。

关 键 词: 强度折减法; 岩质边坡; 遍布节理模型; 稳定性; 失稳判据; 潜在滑移面

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

Slope stability analysis by strength reduction method based on ubiquitous-joint model

WU Shun-chuan, JIN Ai-bing, GAO Yong-tao

(School of Civil and Environmental Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: Due to the merits of strength reduction method, it has been broadly used in nonlinear numerical analysis of the slope stability. In general, the rock and soil are regarded as to be an idealized elastoplastic model; and Mises yield criterion is used. The stability analysis of densely jointed rock slopes using ubiquitous-joint model, the joint property can be considered as well as the rock, thus fitting better with the practical engineering. It is assumed that failure might occur first either in rock or along joint or in both during the rock strength reduction. According to a real engineering project and based on strength reduction method with ubiquitous-joint model, the calculation results show that the potential slip surface appears in style of a polygonal plane; and the dip angle of the potential slip near slope foot is similar to the equivalent friction angle of joint, while the potential slip near the top slope is related to tension failure of rock. The results also show that the dip angle of the joint determines the slope safety factor and the potential slip range. The steeper joint sets affect less the slope stability. Throughout the investigation of the slope failure criteria and the slip surface, it is recognized that the case of the force or displacement becoming not convergent can be properly used as the failure criteria of slope. The shear strain rate in slope can also be used as the criteria for confirming the potential slip of slope because its physical meaning is very explicit.

Key words: strength reduction method; rock slope; Ubiquitous-Joint model; stability; failure criteria; potential slip face

1 前 言

随着岩土材料非线性弹塑性理论以及数值模拟技术的发展, 采用有限单元法或有限差分法分析边坡稳定性问题时由于强度折减法具有下述优点而得到了广泛应用^[1~10]: 克服了极限平衡法的缺点; 可考虑岩土体的非线性本构关系; 适用于复杂边界条件; 可计算岩土体与支挡结构的共同作用等。

强度折减方法对于均质土坡稳定性计算问题已经得到与实际较为一致的结论^[1~4]。对于岩质边坡而言, 由于岩体中含有大量断层、节理等不连续结构面, 一般情况下岩体强度由结构面控制, 故岩质边坡计算方法如刚性元法、离散单元法、块体理论等一般只能给出边坡应力、位移及塑性区, 而无法得到潜在滑动面位置及相应的稳定安全系数。文[5, 6]采用强度折减法, 对稳定性完全由连续结构

面控制的岩质边坡进行分析,在得出边坡应力、位移及塑性区的同时得到边坡的安全系数,并取得与传统极限平衡方法较为一致的结论。

显然,由于岩体结构的复杂性,要建立完全反映岩体结构特征的模型是不现实的,因此对于具体工程而言必须进行适当简化,但同时必须认识到岩体强度由结构面强度控制,边坡稳定性并非完全由结构面控制,边坡稳定性完全由结构面控制只能代表部分岩质边坡问题,并不具有普遍意义,特别是强风化或中风化岩体,边坡稳定性可能由岩体强度和结构面强度共同控制,这与二者的物理力学性质及应力状态有关,故对于岩土共存的边坡稳定性问题将更加复杂。本文采用可以描述具有不连续岩体结构力学行为的遍布节理模型,运用强度折减方法进行节理岩体边坡稳定性分析。

2 遍布节理模型及强度折减方法

以往人们在进行边坡强度折减稳定性分析时,对于土体一般采用理想弹塑性模型,屈服准则为广义米赛斯准则。对于岩质边坡问题,一般认为岩块强度较高,结构面是边坡失稳的控制因素,主要考虑岩体结构面的力学参数。事实上对于大多数岩体结构,同时考虑岩块属性和节理属性的力学模型更具有代表性。

2.1 遍布节理模型

遍布节理模型(ubiquitous-joint model)实际上是莫尔-库仑模型(Mohr-Coulomb model)的扩展^[11],即在莫尔-库仑体中增加节理面,此节理面也服从莫尔-库仑屈服准则。该模型同时考虑岩体和节理的物理力学属性,破坏可能首先出现在岩体中或沿节理面,或二者同时破坏,其主要取决于岩体应力状态、节理产状、岩体及节理力学性质等。

遍布节理模型中岩体适用于莫尔-库仑屈服准则,以下仅介绍与节理面相关的屈服准则及其在数值模拟计算中的实现^[11]。

节理面方位和应力状态可由局部坐标表示(图 1),广义坐标和局部坐标下应力的关系可由式(1)表示:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_1 &= \sigma_1 \cos^2 \theta + 2\sigma_{12} \sin \theta \cos \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta; \\ \sigma'_2 &= \sigma_1 \sin^2 \theta - 2\sigma_{12} \sin \theta \cos \theta + \sigma_2 \cos^2 \theta; \\ \sigma'_3 &= \sigma_3; \\ \sigma'_{12} &= -(\sigma_1 - \sigma_2) \sin \theta \cos \theta + \sigma_{12} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 θ 为节理倾角。

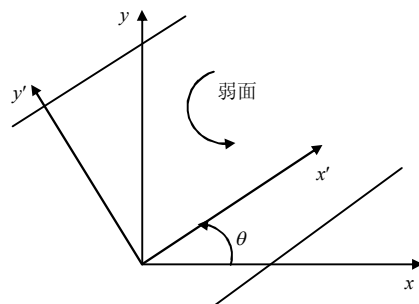


图 1 节理面局部坐标的表示方法

Fig.1 A joint plane oriented at an angle θ to the global coordinate

相应地,局部坐标下弹性应力和应变增量可由式(2)表示:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \sigma'_1 &= \alpha_1 \Delta e'_1{}^e + \alpha_2 (\Delta e'_2{}^e + \Delta e'_3{}^e); \\ \Delta \sigma'_2 &= \alpha_1 \Delta e'_2{}^e + \alpha_2 (\Delta e'_1{}^e + \Delta e'_3{}^e); \\ \Delta \sigma'_3 &= \alpha_1 \Delta e'_3{}^e + \alpha_2 (\Delta e'_1{}^e + \Delta e'_2{}^e); \\ \Delta \tau &= 2G \Delta \gamma^e; \\ \alpha_1 &= K + 4G/3; \alpha_2 = K - 2G/3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中 K 为体积模量; G 为剪切模量。

在 (σ'_2, τ) 坐标系中表示的节理面屈服准则,如图 2 所示,图中“+”表示稳定区域,“-”表示屈服区域。

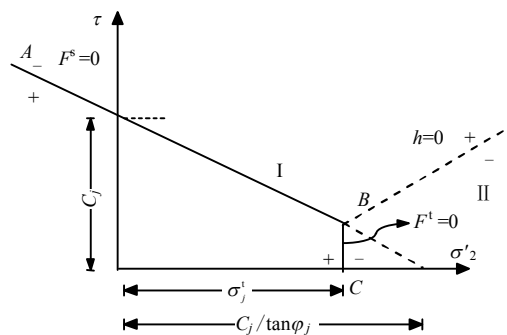


图 2 节理面屈服准则

Fig.2 Joint failure criterion

根据莫尔-库仑屈服准则,局部坐标下屈服包络线 AB 可表示为 $f^s = 0$; 拉伸破坏包络线 BC 可表示为 $f^t = 0$, 且有以下函数式存在:

$$\left. \begin{aligned} f^s &= -\tau - \sigma'_2 \tan \varphi_j + c_j; \\ f^t &= \sigma_{jt} - \sigma'_2 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 c_j , φ_j , σ_{jt} 分别为节理面的凝聚力、内摩擦角及抗拉强度。

当岩体应力状态处于稳定区域时, 岩体呈线弹性状态, 不需要进行塑性修正, 而进入屈服区域时, 根据关联(非关联)流动法则, 需进行修正。局部坐标与广义坐标转换后剪切破坏(AB 段)修正后的应力增量关系可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_1 &= -2\Delta\sigma'_{12}(\cos\theta\sin\theta) + \Delta\sigma'_1\cos^2\theta + \Delta\sigma'_2\sin^2\theta; \\ \Delta\sigma_2 &= -2\Delta\sigma'_{12}(\cos\theta\sin\theta) + \Delta\sigma'_1\sin^2\theta + \Delta\sigma'_2\cos^2\theta; \\ \Delta\sigma_3 &= \Delta\sigma'_3; \\ \Delta\sigma_{12} &= \Delta\sigma'_{12}(\cos^2\theta - \sin^2\theta) + (\Delta\sigma'_1 - \Delta\sigma'_2)\sin\theta\cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

拉伸破坏(BC 段)修正后的应力增量关系可表示为

$$\left. \begin{aligned} \Delta\sigma_1 &= (\sigma' - \sigma'_2) \left(\frac{K - 2G/3}{K + 4G/3} \cos^2\theta + \sin^2\theta \right); \\ \Delta\sigma_2 &= (\sigma' - \sigma'_2) \left(\frac{K - 2G/3}{K + 4G/3} \sin^2\theta + \cos^2\theta \right); \\ \Delta\sigma_3 &= (\sigma' - \sigma'_2) \frac{K - 2G/3}{K + 4G/3}; \\ \Delta\sigma_{12} &= -(\sigma' - \sigma'_2) \left(1 - \frac{K - 2G/3}{K + 4G/3} \right) \sin\theta\cos\theta \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

2.2 强度折减方法

所谓强度折减, 即在数值计算中将边坡岩土体强度参数(内摩擦角、凝聚力及抗拉强度)逐渐降低直到结构达极限状态, 岩土体所具有的强度参数值与相应于该极限状态的强度参数值之比, 则为所求的安全系数, 同时可根据弹塑性计算结果得到潜在破坏滑动面位置。

对于遍布节理模型材料, 强度折减计算过程可描述为: 对于稳定边坡而言, 首先选取折减系数 F^{trial} , 将岩土体强度参数凝聚力、内摩擦角、抗拉强度、节理面强度参数 c_j , φ_j , σ_{jt} 分别(或部分)按式(6)进行折减, 然后采用适当的岩土体屈服准则, 对边坡进行非线性数值计算, 若计算收敛, 则通过增加折减系数 F^{trial} , 反复对边坡稳定性进行计算, 直至满足失稳判据, 此时的折减系数 F^{trial} 即为边坡的安全系数 F_s 。

$$\left. \begin{aligned} c^{\text{trial}} &= c / F^{\text{trial}}; c_j^{\text{trial}} = c_j / F^{\text{trial}}; \\ \sigma_t^{\text{trial}} &= \sigma_t / F^{\text{trial}}; \sigma_{jt}^{\text{trial}} = \sigma_{jt} / F^{\text{trial}}; \\ \varphi^{\text{trial}} &= \arctan(\tan\varphi / F^{\text{trial}}); \\ \varphi_j^{\text{trial}} &= \arctan(\tan\varphi_j / F^{\text{trial}}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

3 边坡失稳判据及潜在滑移面确定

3.1 边坡失稳判据分析

根据强度折减法的定义可知, 边坡稳定性安全系数的计算是一个逼近计算过程, 那么何时计算结束? 如何判别边坡处于失稳状态? 即边坡失稳的判据确定问题是强度折减分析方法中最关键的问题。目前的失稳判据主要有三类:

①以广义剪应变从坡脚到坡顶上下贯通作为边坡破坏的标志^[1];

②以广义塑性应变或等效塑性应变从坡脚到坡顶贯通作为边坡破坏的标志^[2~4];

③采用力或位移不收敛作为边坡失稳的标志^[7~9]。

所谓判据即判断的根据, 在强度折减计算过程中逼近计算是否结束即为判断当前的逼近计算是否为最后一次计算。如果仅考察剪应变或塑性应变是否从坡脚到坡顶上下贯通, 如文[10]所述, 有可能贯通时的计算仍收敛, 并没有产生很大的且无限发展的塑性变形和位移, 表明边坡仍然是稳定的, 也就是说, 岩土体参数仍可进一步折减, 计算仍可继续。

虽然文[6]指出采用上述的②, ③类判据时, 认为“两种判据得到的安全系数相差不大”, 但事实上第②类判据所得出的结论仍是以“力或位移不收敛”作为前提条件的; 文[4]中虽提出“以某一幅值的总等效塑性应变区从坡脚到坡顶贯通为边坡整体失稳破坏判据”, 但其在每次强度折减计算过程中, 实际是以“在指定的收敛准则下非线性有限元计算不能收敛为止”作为计算结束的依据。因此, 无论是使用剪应变, 还是塑性应变沿坡脚到坡顶是否贯通作为边坡失稳判据都是基于“力或位移不收敛”的。

综上, 采用力或位移不收敛作为边坡失稳判据是适当的, 而广义剪应变、广义塑性应变或等效塑性应变从坡脚到坡顶上下贯通可理解为边坡失稳时的应变状态, 上述应变指标的上下贯通只是边坡失稳的力学表现, 即边坡失稳的必要条件。

3.2 边坡潜在滑移面确定

边坡滑移面的相关参数是加固设计的重要依据, 因此潜在滑移面位置的确定是边坡稳定性分析中不可忽略的内容。

边坡滑移面的特征在于其上各点与沿滑移面该点法线方向的应变或位移变化梯度最大, 无论是剪应变, 还是塑性应变, 均可作为表征其特点的力学状态, 在强度折减法最后一次逼近计算完成后, 广

义剪应变、广义塑性应变或等效塑性应变从坡角到坡顶上下贯通,因此可作为边坡潜在滑移面确定的参考依据。

事实上,采用边坡的剪应变速率作为边坡潜在滑移面的确定依据,物理意义更加明确,它表明滑移面各点的剪应变改变速率要快于沿该点滑移面法线方向上的各点。但一般情况下,以剪应变速率确定的边坡潜在滑移面的位置与按广义剪应变、广义塑性应变或等效塑性应变分析结果相差不大,这一点可在算例分析中得到验证。

4 算例分析

4.1 边坡概况

洛阳至三门峡高速公路在施工阶段,随土石方开挖,原设计的高陡路堑边坡逐渐暴露出严重的稳定性问题:由于岩层中节理、裂隙十分发育,开挖过程中发生多起不同规模的塌冒,更为严重的是个别路堑在开挖至 20 m 深度时坡体出现整体滑移。该段路堑边坡岩土主要为中更新统黄土、元古代安山岩,其次为寒武系石灰岩和震旦系石英砂岩。在安山岩地区,大部分为强风化安山岩,表层有厚度不均的第四系砂土和全风化岩石,局部有中等风化岩石。边坡施工揭露的地质剖面显示,安山岩体风化与破裂极其严重,节理裂隙十分发育,经简单测量,节理密度约为 15~20 条/米。

4.2 分析模型

针对洛三高速 k97+600~k97+900 m 路堑左边坡岩体的性质和破裂程度,采用有限差分方法对该边坡稳定性进行强度折减分析,岩土体采用 FLAC 内置的遍布节理模型,按平面应变问题求解,边界条件为左右两侧水平约束,下部固定约束。边坡计算模型相关参数见表 1。

表 1 模型相关参数

Table 1 Mechanical parameters of model

强风化岩						节理参数			
c	ϕ	σ_i	γ	E	μ	c_j	ϕ_j	σ_{jt}	θ
/kPa	/($^\circ$)	/kPa	/kN·m ⁻³	/kPa		/kPa	/($^\circ$)	/kPa	/($^\circ$)
700	20	5.5	21.5	400	0.30	60	15	3	0.03

4.3 稳定性分析及潜在滑移面确定

采用有限差分法对上述模型进行稳定性分析,图 3 所示的不平衡力随计算时步变化曲线表明边坡处于稳定状态。采用强度折减法计算得出该边坡安全系数为 1.10,图 4 为经强度折减后边坡失稳前的位移矢量图,最大位移量为 42.3 cm,出现在边坡一级台阶坡角位置。

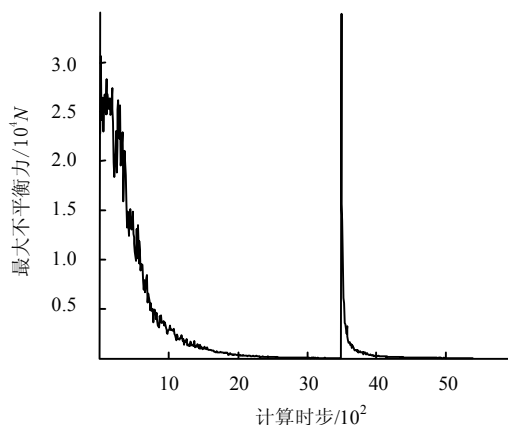


图 3 不平衡力随计算时步变化曲线

Fig.3 Curve of the max-unbalance force vs. cycle step

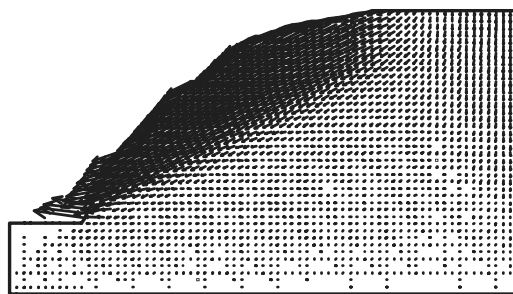


图 4 边坡失稳前位移矢量图

Fig.4 Displacement vector diagram before slope failure

如前所述,边坡岩土体剪应变速率物理意义十分明确,它表明滑移面各点的剪应变改变速率要快于沿该点滑移面法线方向上的各点,显然岩土体将沿此面产生滑动。图 5 为数值模拟所得剪应变速率分布图,可以看出传统的均质岩土体的圆弧形潜在滑移面被折线型滑面代替,下部潜在滑移面倾角与节理面等效内摩擦角基本一致,表明节理力学性质控制了潜在滑移面产状。图 6 为边坡累积剪应变分布。不难看出,据图 5 和图 6 确定的潜在滑移面位置及形状基本一致。

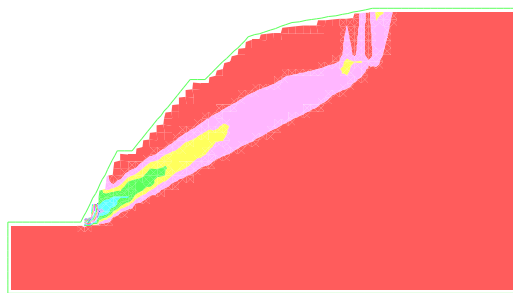


图 5 边坡剪应变速率分布

Fig.5 Shear strain rate distribution of slope

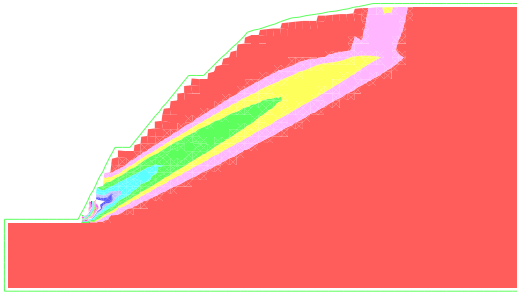


图 6 边坡累积剪应变分布
Fig.6 Accumulated shear strain distribution of slope

4.4 节理性质对边坡稳定性的影响分析

众所周知，节理产状及力学性质对边坡稳定性影响较大。图 7 为采用强度折减法计算的边坡失稳前破坏场分布。单元破坏类型及范围表明，边坡失稳主要是由于节理在应力场作用下的破裂引起的，且节理破裂范围与下部潜在滑移面完全对应，由于潜在滑体下部的大量变形，滑体上部产生较大拉应力引起拉破坏，而并非节理破坏。此类边坡失稳属典型的岩体和节理的组合破坏。

节理倾角与边坡安全系数、潜在滑动范围密切相关。表 2 为不同节理倾角条件下采用强度折减法计算的边坡安全系数，表明陡倾角节理对边坡稳定性影响较小，并存在最不利的节理倾角，在本算例中，由于节理强度参数较低，节理倾角为 20° 时边坡安全系数最小。

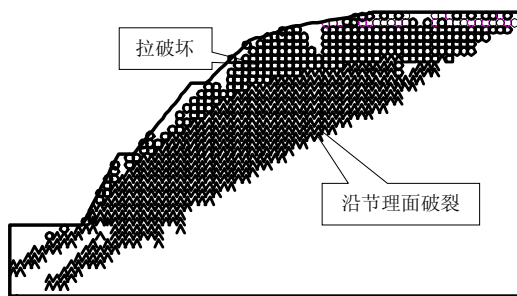


图 7 边坡失稳前破坏场分布
Fig.7 The yield area before slope failure

表 2 节理倾角对边坡安全系数的影响
Table 2 Joint angle vs. factor of safety

节理倾角 $\beta(^{\circ})$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
安全系数	3.97	1.6	0.96	1.10	1.84	3.54	4.12	4.25	4.37	3.91

图 8 为节理倾角为 50° 时计算的边坡剪应变速率分布，此时安全系数为 3.54，边坡是完全稳定的，强度折减所得的潜在滑面位置表明，失稳仅发生在坡体表面，因此针对节理分布密集的边坡岩土体，设计边坡角与节理倾角一致将有利于边坡稳定。

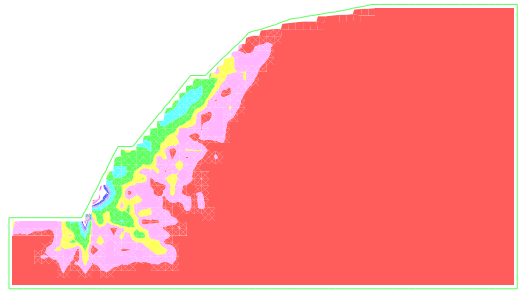


图 8 节理倾角为 50° 时剪应变速率分布
Fig.8 Shear strain rate distribution at joint angle 50°

对于节理裂隙纵横交错、分布密集的岩体，通常可以采用岩体结构概化等效连续模型处理^[5]，按本工程实例计算参数考虑，其等效模型计算的强度折减后累积剪应变分布如图 9 所示，此时边坡安全系数为 1.06。对于稳定性主要取决于节理参数的岩体边坡而言，与遍布节理模型相比，虽然边坡安全系数相差不大（遍布节理模型为 1.10），但边坡失稳破坏机理及潜在滑体范围是完全不同的，图 9 所示为等效均匀介质的圆弧形滑移，而图 6 为与结构面相关的典型岩质边坡滑移模式，显然据此而进行的加固设计也将是不同的。

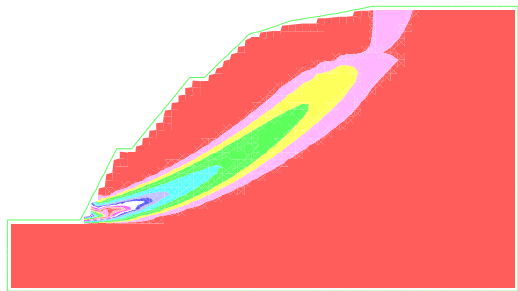


图 9 按等效连续模型计算的边坡累积剪应变分布
Fig.9 Accumulated shear strain distribution of slope based on equivalent continuum model

5 结 论

(1) 岩体边坡稳定性强度折减法一般采用理想弹塑性模型，屈服准则为广义米赛斯准则。采用遍布节理模型可同时考虑岩块和节理属性，更符合岩体状态及工程实际。

(2) 边坡失稳的判据确定是强度折减分析方法的关键问题，如果仅考察剪应变或塑性应变是否从坡脚到坡顶上下贯通作为强度折减法逼近计算是否结束的标志，有可能此时的计算仍收敛，岩土体参数可进一步折减。而力或位移不收敛表明边坡产生无限制的变形，以其作为边坡失稳判据是适当的。

(3) 边坡潜在滑移面确定是加固设计的参考依

据之一,边坡滑移面的特征在于其上各点与沿滑移面该点法线方向的应变或位移变化梯度最大,采用边坡的剪应变速率作为边坡潜在滑移面的确定依据,物理意义十分明确,但以剪应变速率确定的边坡潜在滑移面与广义剪应变、广义塑性应变或等效塑性应变分析结果相差不大。

(4) 结合工程实例,基于遍布节理模型的强度折减法计算结果表明,传统的均质岩土体的圆弧形潜在滑移面被折线型滑面代替,下部潜在滑移面倾角与节理面等效内摩擦角基本一致,上部潜在滑移面与岩体拉破坏相关,表明边坡失稳属岩体和节理的组合破坏。

(5) 节理产状对边坡安全系数、潜在滑动范围影响较大,根据不同节理倾角条件下边坡稳定性强度折减法计算,陡倾角节理对边坡稳定性影响较小。

(6) 对于采用等效连续模型简化的多组密集节理岩体,即使计算的边坡安全系数与遍布节理模型计算结果相比差异不大,但其边坡失稳破坏机理及潜在滑体范围是完全不同的。

参 考 文 献

- [1] 连镇营, 韩国城, 孔宪京. 强度折减有限元法研究开挖边坡的稳定性[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 407—411.
LIAN Zhen-ying, HAN Guo-cheng, KONG Xian-jing. Stability analysis of excavation by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2001, 23(4): 407—411.
- [2] 栾茂田, 武亚军, 年廷凯. 强度折减有限元法中边坡失稳的塑性区判据及其应用[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(3): 1—8.
LUAN Mao-tian, WU Ya-jun, NIAN Ting-kai. A criterion for evaluating slope stability based on development of plastic zone by shear strength reduction FEM[J]. **Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering**, 2003, 23(3): 1—8.
- [3] 周翠英, 刘祚秋, 董立国, 等. 边坡变形破坏过程的大变形有限元分析[J]. 岩土力学, 2003, 24(4): 644—647.
ZHOU Cui-ying, LIU Zuo-qiu, DONG Li-guo, et al. Large deformation FE analysis of slopes failure[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2003, 24(4): 644—647.
- [4] 刘祚秋, 周翠英, 董立国, 等. 边坡稳定及加固分析的有限元强度折减法[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 558—561.
LIU Zuo-qiu, ZHOU Cui-ying, DONG Li-guo, et al. Slope stability and strengthening analysis by strength reduction FEM[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(4): 558—561.
- [5] 赵尚毅, 郑颖人, 邓卫东. 用有限元强度折减法进行节理岩质边坡稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(2): 254—260.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, DENG Wei-dong. Jointed rock slope stability analysis by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(2): 254—260.
- [6] 郑颖人, 赵尚毅. 有限元强度折减法在土坡与岩坡中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(19): 3 381—3 388.
ZHENG Ying-ren, ZHAO Shang-yi. Application of strength reduction FEM to soil and rock slope[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2004, 23(19): 3 381—3 388.
- [7] Dawson E M, Roth W H, Drescher A. Slope stability analysis by strength reduction[J]. **Geotechnique**, 1999, 49(6): 835—840.
- [8] 郑颖人, 赵尚毅, 邓卫东. 岩质边坡破坏机制有限元数值模拟分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(12): 1 943—1 952.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, DENG Wei-dong. Numerical simulation on failure mechanism of rock slope by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2003, 22(12): 1 943—1 952.
- [9] 赵尚毅, 郑颖人, 时卫民, 等. 用有限元强度折减法求边坡稳定安全系数[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(3): 343—346.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, SHI Wei-ming, et al. Analysis of safety factor of slope by strength reduction FEM[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2002, 24(3): 343—346.
- [10] 赵尚毅, 郑颖人, 张玉芳. 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 332—336.
ZHAO Shang-yi, ZHENG Ying-ren, ZHANG Yu-fang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(2): 332—336.
- [11] Itasca Consulting Group. Inc. FLAC2D (Fast Lagrangian Analysis of Continua) Theory and Background[M]. USA: Itasca Consulting Group, Minneapolis, Minnesota 55401, 2002.